Concursul interjudețean de matematică „Ioan Aron”
clasa a V-a - etapa județeană
18 aprilie 2026
BAREM

Notă: Fiecare subiect se notează cu 7 puncte
Pentru fiecare soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător

1. a) Să se arate că numărul $2026\cdot\left(\frac{1}{1\cdot 2}+\frac{1}{2\cdot 3}+\frac{1}{3\cdot 4}+\ldots+\frac{1}{2025\cdot 2026}\right)$ este pătrat perfect.

   b) Să se demonstreze că pentru orice număr $n\in\mathbb{N}^*$, numărul 10^n+11 este divizibil cu 3.

Soluție

a) $2026\cdot\left(\frac{1}{1\cdot 2}+\frac{1}{2\cdot 3}+\frac{1}{3\cdot 4}+\ldots+\frac{1}{2025\cdot 2026}\right)=$

$=2026\cdot\left(\frac{1}{1}-\frac{1}{2}+\frac{1}{2}-\frac{1}{3}+\ldots+\frac{1}{2025}-\frac{1}{2026}\right)=$ (2p)

$=2026\cdot\frac{2025}{2026}=2025=45^2$ (2p)

b) Suma cifrelor numărului 10^n+11 este 3, (2p)

deci numărul este divizibil cu 3 (1p)

2. a) Să se determine numerele naturale $\overline{ab}$, știind că numărul $A=\overline{ab}+\overline{ba}-4\cdot(a+b)$ este pătrat perfect.

   b) Se consideră tabloul:

1				
2	4			
5	7	9		
10	12	14	16	
17	19	21	23	25
....				

Aflați primul număr de pe rândul 2025 și ultimul număr de pe rândul 2026

Neculai Stanciu, Buzău

Soluție:

a) $A = 11(a+b) - 4 \cdot (a+b) =$ (1p)

$= 7(a+b)$ (1p)

dar A este pătrat perfect și a, b cifre (1p)

$\Rightarrow a+b=7$

$\Rightarrow \overline{ab} \in \{16,25,34,43,52,61\}$ (1p)

b) Observăm că rândul 1 are 1 număr, rândul 2 are două numere, etc

deci rândul n are n numere, ultimul număr de pe rândul n este n^2

Primul număr de pe rândul n este $(n-1)^2+1$ (1p)

Primul număr de pe rândul 2025 este $2024^2+1=4096577$ (1p)

Ultimul număr de pe rândul 2026 este $2026^2=4104676$ (1p)

3. La un concurs de cultură generală, Ana s-a plasat pe primul loc, iar Bogdan pe locul al doilea. Concursul a constat dintr-un set de întrebări, pentru fiecare răspuns corect s-au acordat 5 puncte, iar pentru fiecare răspuns greșit s-au scăzut două puncte. Regulamentul nu permitea întrebări fără răspuns și nu se acordau puncte din oficiu. Ana a răspuns corect la 19 întrebări iar Bogdan a obținut 84 de puncte. Aflați câte răspunsuri corecte a dat Bogdan și câte puncte a obținut Ana.

Liliana Niculescu, Târgu Mureș, GM 2/2025, E: 17147

Soluție:

Notăm cu x numărul răspunsurilor corecte și y numărul răspunsurilor greșite date de Bogdan.

Deci $5x-2y=84$. (1p)

Bogdan a greșit cel puțin un răspuns, pentru că altfel ar fi fost pe primul loc, (1p)

deci $y \geq 1 \Rightarrow 5x = 84+2y \geq 86$ (1p)

și deoarece 5x este divizibil cu 5 deducem că $5x \geq 90$

de unde $x \geq 18$. (1p)

Dar Bogdan a dat mai puține răsunsuri corecte decât Ana, deci x < 19. (1p)

Deci x =19 și y =3, adică Bogdan a dat 18 răspunsuri corecte și au fost 21 întrebări. (1p)

Ana a greșit 21 – 19 = 2 răspunsuri, deci a obținut 91 de puncte. (1p)

4. Maria colorează fiecare dintre numerele de la 1 la 2021. Ea colorează primele două numere (1 și 2) cu roșu, următoarele două (3 și 4) cu galben, următoarele două (5 și 6) le colorează cu albastru, după care urmează două numere cu roșu, două numere cu galben, două cu albastru și așa mai departe. La sfârșit Maria adună toate numerele albastre și apoi scade din acest rezultat suma numerelor roșii.
Care este diferența obținută de Maria?

Olimpiadă Olanda (enunț adaptat)

Soluție:

Grupăm primele 2016 numere în 336 grupe de câte 6 numere consecutive. (1p)

În fiecare grupă vom avea numerele roșii n și n + 1, urmate de numerele galbene n + 2 și n + 3, și de numerele albastre n + 4 și n + 5. (1p)

În fiecare grupă, suma numerelor albastre este 2n + 9, cu 8 mai mare decât suma numerelor roșii care este 2n + 1. (1p)

În total pe ansamblul celor 336 de grupe, suma numerelor albastre este cu 8 x 336 =2688 mai mare decât suma numerelor roșii. (1p)

Ne utăm la ultimele 5 numere: 2017 și 2018 sunt roșii, 2019 și 2020 sunt galbene, iar 2021 este albastru. (1p)

Printre aceste numere, suma numerelor roșii este cu 2017 + 2018 – 2021 = 2014 mai mare decât suma numerelor albastre, (1p)

astfel că în total, suma numerelor albastre este cu 2688 – 2014 = 674 mai mare decât suma numerelor albastre. (1p)